

ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. Г. ДЕМИДОВА
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
<http://www.uniyar.ac.ru>
<http://math.uniyar.ac.ru>

УХАЛОВ А. Ю.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ КОМПЬЮТЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ
СЕМЕСТР 3

1. Числовые ряды. Определение сходимости.
2. Необходимое условие сходимости ряда.
3. Свойства сходящихся рядов (сходимость суммы рядов, сходимость остатка ряда, группировка слагаемых сходящегося ряда).
4. Критерий Коши сходимости числового ряда.
5. Сходимость неотрицательных рядов: ряд сходится, если последовательность частичных сумм ограничена.
6. Сходимость неотрицательных рядов: интегральный признак.
7. Сходимость неотрицательных рядов: признак сравнения (в форме неравенства и в предельной форме).
8. Сходимость неотрицательных рядов: признак Даламбера (в форме неравенства и в предельной форме).
9. Сходимость неотрицательных рядов: признак Коши (в форме неравенства и в предельной форме).
10. Знакопеременные ряды. Понятия абсолютной и условной сходимости. Теорема: если ряд абсолютно сходится, то он сходится в обычном смысле.
11. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница сходимости знакопередающегося ряда.
12. Преобразование Абеля. Лемма об оценке суммы

$$\sum_{k=1}^n a_k b_k.$$

13. Признак Абеля сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n.$$

14. Признак Дирихле сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n.$$

15. Степенной ряд. Радиус сходимости степенного ряда.

16. Ряд Тейлора. Теорема о сходимости ряда Тейлора.
17. Функциональные последовательности и ряды. Понятия поточечной и равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов. Примеры.
18. Критерий Коши равномерной сходимости функциональных последовательностей и рядов.
19. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
20. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x)b_n(x)$$

(без доказательства).

21. Непрерывность суммы равномерно сходящихся последовательностей и рядов.
22. Условия интегрируемости функциональных последовательностей и рядов.
23. Условия дифференцируемости функциональных последовательностей и рядов.
24. Равномерная сходимость степенного ряда внутри области сходимости. Дифференцирование и интегрирование степенного ряда.
25. Ряды Фурье. Определение коэффициентов по методу Эйлера-Фурье.
26. Лемма Римана.
27. Частичная сумма ряда Фурье. Интеграл Дирихле.
28. Принцип локализации. Признаки Дини и Липшица сходимости ряда Фурье.
29. Разложение функции, заданной на отрезке $[0, \pi]$ только по косинусам и только по синусам.
30. Разложение в ряд Фурье на отрезке $[-l, l]$.
31. Производная по направлению. Градиент. Направление наискорейшего роста функции.
32. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о смешанных производных.
33. Дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
34. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия экстремума (равенство нулю частных производных).
35. Необходимое условие минимума ($df(x^0) = 0, d^2f(x^0) \geq 0$).
36. Квадратичные формы. Положительно определенные, отрицательно определенные, неопределенные квадратичные формы. Неравенство для положительно определенных квадратичных форм

$$\Phi(x) \geq \gamma \|x\|^2.$$
37. Достаточные условия экстремума функции многих переменных.
38. Теоремы о неявной функции (случай многих переменных без доказательства).
39. Вычисление производных неявной функции.
40. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность интеграла, зависящего от параметра.
41. Дифференцируемость интеграла (собственного), зависящего от параметра. Формула Лейбница.

42. Интегрирование интеграла (собственного), зависящего от параметра. Перестановка порядка интегрирования.
43. Равномерная сходимость функции по одной переменной. Критерий Коши равномерной сходимости функции.
44. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Критерий Коши.
45. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости интеграла.
46. Признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости несобственного интеграла (без доказательства).
47. Непрерывность интеграла (несобственного), зависящего от параметра.
48. Дифференцируемость интеграла (несобственного), зависящего от параметра. Формула Лейбница.
49. Интегрирование интеграла (несобственного), зависящего от параметра. Перестановка порядка интегрирования.
50. Гамма-функция Эйлера.
51. Бета-функция Эйлера.

30 августа 2010

Ухалов А. Ю., к. ф.-м. н., доцент кафедры
математического анализа ЯрГУ им П. Г. Демидова
<http://www.ukhalov.com/matan>
e-mail: alex@ukhalov.com