

ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. П. Г. ДЕМИДОВА
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА
<http://www.uniyar.ac.ru>
<http://math.uniyar.ac.ru>

УХАЛОВ А. Ю.

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ
ДЛЯ СТУДЕНТОВ СПЕЦИАЛЬНОСТИ КОМПЬЮТЕРНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ
СЕМЕСТР 2

1. Неопределенный интеграл (первообразная, определение неопределенного интеграла, неоднозначность, первообразные отличаются на постоянную).
2. Свойства неопределенного интеграла (линейность, замена переменной).
3. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
4. Интегрирование рациональных функций (теорема о разложении на простые дроби /без доказательства/, интегрирование простых дробей).
5. Интегрирование выражений, содержащих радикалы.
6. Интегрирование дифференциального бинома.
7. Подстановки Эйлера.
8. Интегрирование тригонометрических функций (универсальная тригонометрическая подстановка, некоторые частные случаи).
9. Определенный интеграл (Римана). Определение (разбиение, выборка, интегральная сумма).
10. Необходимое условие интегрируемости (теорема об ограниченности интегрируемой функции).
11. Суммы Дарбу и их свойства.
12. Критерий интегрируемости функции.
13. Интегрируемость непрерывной функции.
14. Интегрируемость монотонной функции.
15. Свойства определенного интеграла (линейность, интегрируемость произведения интегрируемых функций).
16. Свойства определенного интеграла (функция, интегрируемая на $[a, b]$, интегрируема на $[a_1, b_1] \subset [a, b]$, аддитивность,

$$\int_{c_1}^{c_2} = \int_{c_1}^{c_3} + \int_{c_3}^{c_2}.$$

17. Оценки интегралов (интеграл от неотрицательной функции неотрицателен, интегрирование неравенств).
18. Теорема о среднем для определенного интеграла. Следствия из теоремы о среднем.
19. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема о непрерывности интеграла с переменным верхним пределом.

20. Теорема о дифференцируемости интеграла с переменным верхним пределом.
21. Существование первообразной непрерывной функции.
22. Формула Ньютона-Лейбница.
23. Замена переменной в определенном интеграле.
24. Интегрирование по частям в определенном интеграле.
25. Приложения определенного интеграла (площадь криволинейной трапеции, площадь криволинейного сектора, объем тела вращения, объем тела с известной площадью поперечного сечения, длина дуги кривой, площадь поверхности вращения).
26. Несобственные интегралы. Определения несобственных интегралов двух типов. Понятие сходимости.
27. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов.
28. Свойства несобственных интегралов (линейность, интегрирование по частям, формула Ньютона-Лейбница, замена переменного, интегрирование неравенств).
29. Свойства несобственных интегралов от неотрицательных функций (признак сравнения, интегралы от эквивалентных функций).
30. Абсолютная и условная сходимость несобственных интегралов (определения, из абсолютной сходимости следует сходимость в обычном смысле).
31. Признак Дирихле сходимости несобственного интеграла.
32. Признак Абеля сходимости несобственного интеграла.
33. Пространство \mathbf{R}^n (определение, операции сложения и умножения на константу, скалярное произведение, норма, свойства нормы, расстояние, свойства расстояния). Метрическое пространство.
34. Множества в (шары, параллелепипеды, прямая, отрезок, луч, кривая).
35. Классификация точек и множеств в \mathbf{R}^n .
36. Предел последовательности в \mathbf{R}^n . Теорема: сходимость последовательности в эквивалентна сходимости последовательностей-координат.
37. Единственность предела сходящейся последовательности.
38. Ограниченность сходящейся последовательности.
39. Критерий Коши сходимости последовательности в \mathbf{R}^n .
40. Теорема Больцано-Вейерштрасса (ограниченная последовательность имеет сходящуюся подпоследовательность).
41. Арифметические операции со сходящимися последовательностями.
42. Функции в \mathbf{R}^n . Линейная функция, линейный функционал.
43. Предел функции в точке. Определения предела через неравенства и через последовательности, эквивалентность определений.
44. Непрерывность функции многих переменных. Свойства функций непрерывных в точке. Непрерывность на множестве.
45. Теорема Вейерштрасса: функция, непрерывная на компакте, ограничена на этом компакте.
46. Теорема Вейерштрасса: функции, непрерывная на компакте, принимает на этом компакте свои наибольшее и наименьшее значения.
47. Теорема о промежуточных значениях функции, непрерывной на открытом и связном множестве.
48. Равномерная непрерывность функции многих переменных. Теорема Кантора.

49. Дифференцируемость функции многих переменных. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции. Частные производные.
50. Достаточные условия дифференцируемости функции в точке (теорема для случая функции двух переменных).
51. Дифференцируемость сложной функции.
52. Дифференциал функции нескольких переменных. Инвариантность формы дифференциала первого порядка.
53. Правила дифференцирования.
54. Формула конечных приращений Лагранжа для функций многих переменных.
55. Геометрические приложения производной функции многих переменных (касательная к прямой).
56. Производная по направлению. Градиент. Направление наискорейшего роста функции.
57. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
58. Теорема о смешанных производных.
59. Дифференциалы высших порядков.
60. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.

30 августа 2010

Ухалов А. Ю., к. ф.-м. н., доцент кафедры
математического анализа ЯрГУ им П. Г. Демидова
<http://www.ukhalov.com/matan>
e-mail: alex@ukhalov.com